

# Modelli matematici per comprendere, simulare, esplorare

a cura del prof. ALFIO QUARTERONI

## Descrizione del corso

Che cos'hanno in comune la dinamica tra prede e predatori, la circolazione del sangue, l'ordinamento delle pagine web svolto da un motore di ricerca e tantissimi altri problemi fra loro molto diversi?

La risposta è la matematica, o meglio i modelli matematici, che traducono i problemi del mondo reale in problemi matematici. Per risolvere tali problemi i modelli matematici devono a loro volta essere tradotti in algoritmi e questi in programmi da eseguire su un computer. A tale proposito verranno insegnate le basi di Octave, un linguaggio di programmazione open-source utilizzato dalla comunità scientifica.

L'obiettivo principale del corso è aiutare gli studenti a comprendere come si deriva un semplice modello matematico, come funziona e quale potenziale offre.

Attraverso i modelli, vogliamo anche introdurre gli studenti alla bellezza del calcolo scientifico, una disciplina matematica che consente di stabilire un ponte ideale fra teoria e computer, rendendo possibile la risoluzione concreta di problemi che non sarebbero mai risolvibili solo con carta e penna.

## Organizzazione

Il corso è suddiviso in **4 moduli**; durante ogni modulo gli studenti avranno accesso a diversi **materiali didattici online**, tra cui dispense ed esercizi da svolgere e consegnare per la valutazione. Gli studenti saranno in contatto costante con docenti e tutor del Politecnico. Inoltre, grazie a un **forum online** potranno lavorare insieme agli altri iscritti all'interno di una classe virtuale. È prevista infine anche la partecipazione a un **webinar**, tenuto direttamente da un docente del corso. Al termine del corso, gli studenti che avranno partecipato a tutti i webinar e completato tutti gli esercizi e le attività proposte dai docenti riceveranno un **attestato di partecipazione** e un **badge digitale** da inserire nel proprio CV. Per approfondire e disporre di materiali didattici integrativi, **raccomandiamo** fortemente agli studenti **di procurarsi il seguente libro di testo**:

- A. Quarteroni, P. Gervasio, *I delfini delle Eolie, i battiti del cuore, i motori di ricerca. Modelli matematici per comprendere, simulare, esplorare*, Bologna, Zanichelli, 2019.

### Altri docenti coinvolti:

Prof. Prof. Paola Gervasio – Analisi Numerica

## Struttura del corso

### Modulo 1

Warm-up sui modelli. Che cosa sono i modelli matematici, i modelli numerici ed il calcolo scientifico?

Presenteremo il paradigma “dati-modello-risultati”, vedremo come un problema possa essere descritto da diversi modelli e come un modello possa essere utilizzato per risolvere problemi molto diversi fra loro. Parleremo degli (inevitabili) errori che entrano in gioco (anche di quelli generati dal computer) e vedremo cosa vuol dire controllarli.

Impareremo a scrivere semplici programmi in Octave. In particolare, vedremo le operazioni aritmetiche e variabili, la rappresentazione di funzioni matematiche, le operazioni su vettori e matrici, le unità di programma, gli elementi della sintassi di programmazione e gli elementi di grafica.

## Modulo 2

Spesso, sebbene riusciamo a caratterizzare la soluzione del modello matematico, non abbiamo una formula risolutiva per calcolarla esplicitamente e possiamo solo approssimarla mediante metodi numerici. Vedremo, ad esempio, come risolvere il problema di una ditta che produce abiti per ragazze. Altre volte, pur conoscendo la formula teorica per calcolare la soluzione, dovremmo fare talmente tanti conti a mano che ci servirebbe troppo tempo, talvolta anche anni o perfino decenni. Vedremo, ad esempio, come risolvere un sistema lineare di 100 equazioni in 100 incognite in maniera efficiente su un computer (ovviamente).

## Modulo 3

Come fa Google a rispondere così velocemente alle nostre richieste? E, soprattutto, come fa a trovare le pagine pertinenti alle parole-chiave che abbiamo digitato e in base a quale criterio le ordina? Utilizzeremo grafi e matrici per modellizzare il web e il concetto di probabilità per caratterizzare l'importanza di una pagina web, scriveremo le equazioni che modellizzano il comportamento di un surfer virtuale che si muove sul web e le risolveremo al computer con l'ausilio di Octave. La soluzione che otterremo darà una risposta alle nostre domande.

## Modulo 4

Per un corretto scambio di sostanze nutrienti e di scarti metabolici tra i capillari ed i tessuti è fondamentale che la velocità del sangue sia dell'ordine del decimo di millimetro al secondo. Da che cosa è regolato il flusso del sangue nei capillari? Siamo in grado di descrivere a quale velocità scorre il sangue in un letto capillare? Si tratta di un problema di interesse reale molto complesso; dopo aver fatto opportune semplificazioni, scriveremo dapprima il modello matematico per un singolo capillare e, in un secondo momento, il modello per una piccola rete di capillari. Infine risolveremo al computer (con l'ausilio di Octave) il sistema delle equazioni lineari che regolano il flusso del sangue e calcoleremo le velocità richieste.

## Note biografiche

**ALFIO QUARTERONI** – Professore ordinario di Analisi Numerica al Politecnico di Milano, è autore di 25 libri scientifici scritti in inglese, alcuni tradotti in svariate lingue fra cui cinese, francese, tedesco, spagnolo, portoghese e giapponese. Ha pubblicato oltre 350 lavori di ricerca su riviste internazionali. È stato conferenziere invitato in oltre 300 conferenze internazionali e centri di ricerca nei 5 continenti. I suoi studi si applicano alla medicina, alla geofisica dei terremoti, all'ambiente, all'aeronautica e all'industria petrolifera. Il suo gruppo ha condotto gli studi matematici per la progettazione di Alinghi, la barca svizzera vincitrice della Coppa America di vela nel 2003 e 2007. Ha ricevuto numerosi premi e

riconoscimenti internazionali, tra cui il Premio della NASA per i suoi lavori in Aerodinamica nel 1992, e il Premio Galileo Galilei per la diffusione della Scienza nel 2019. Nel 2001 è stato insignito della cattedra Galileiana della Scuola Normale Superiore di Pisa e nel 2003 l'Università di Trieste gli ha conferito la laurea honoris causa in Ingegneria Navale. È membro di diverse prestigiose accademie, nazionali e internazionali.

**PAOLA GERVASIO** – Mi sono laureata in Matematica presso l'Università Cattolica di Brescia con una tesi in Analisi Numerica ed ho conseguito il titolo di dottore di ricerca presso l'Università degli Studi di Milano. Durante il dottorato sono stata ospite per quasi un anno presso il CRS4 (Centro di Ricerca e Studi Superiori in Sardegna); quindi sono entrata in ruolo nella scuola superiore, dove ho insegnato per due anni e infine sono approdata all'Università degli Studi di Brescia, prima come ricercatrice e poi come Professore associato. Attualmente insegno Analisi Matematica 1 e Calcolo Scientifico nei corsi di laurea in Ingegneria Informatica ed Elettronica con l'obiettivo di trasmettere ai miei studenti non solo le conoscenze, ma anche e soprattutto la passione per queste materie. Svolgo la mia ricerca nell'ambito della modellizzazione matematico-numerica di problemi multifisica, come la filtrazione di fluidi in mezzi porosi. Questa trova applicazione per esempio in geologia/idrologia, per lo studio della filtrazione di acqua nel sottosuolo, o in medicina, per simulare la filtrazione e il trasporto di specie chimiche dal sangue ai tessuti interstiziali attraverso le pareti dei capillari.